

小学生の算数文章題の 解決過程

神戸親和女子大学発達教育学部 教授
多鹿秀継 (たじか ひでつぐ)

Profile—多鹿秀継

1976年、京都大学大学院教育学研究科博士課程教育心理学専攻中途退学。愛知教育大学助手、助教授、教授、理事等を経て、2007年より現職。教育学博士。専門は教育心理学（認知・学習領域）。著書は『記憶の検索過程に関する研究』（風間書房）、『教育心理学：より充実した学びのために（第2版）』（サイエンス社）、『算数問題解決と転移を促す知識構成の研究』（共著、風間書房）など。



算数文章題の解決過程

小学校の算数は主に数量と図形についての問題解決を取り扱っている。本稿では、児童の算数問題解決のなかで、これまでに筆者らが取り組んできた小学校高学年の児童による算数文章題の解決過程、ならびに算数文章題の解決を促す方策について明確にしたい。

認知心理学における情報処理アプローチに従って算数文章題解決過程の解明を試みる場合、いくつかの研究方法が考えられる。ここでは、筆者らがかかわった2つの方法を紹介する。1つは、算数文章題を構成している問題文の分析によるものである。他は、算数問題解決過程を使用する知識とのかかわりの観点からいくつかの下位過程に区分し、それぞれの下位過程の特徴を明確にするものである。

まず、算数文章題を構成している問題文は、通常1つの要素に1つの数値を割り当てた割当文、要素間の数量関係や数値の関係を示した関係文、ならびに問いにあたる質問文、の3種に分類できる。もちろん、これら以外に文章題を肉づけする文（章）表現も含まれているが、算数文章題はこれら3種の文内容で基本的に構成されているといっていよい。たとえば、「たかし君の毎月のおこづかいは1500円です。その5分の2をちょ金することにしています。たかし君は毎月何円ずつちょ金していますか。」という割合に関する文章題であれば、割当文は「たかし君の毎月のおこづかいは1500円です。」であり、関係文は「その5分の2をちょ金すること

にしています。」であり、質問文は「たかし君は毎月何円ずつちょ金していますか。」といえる。問題を解く際には、児童はこのような問題文の構成を理解しなければならない。これら3種の問題文の構成の中で、児童が理解しづらい内容は関係文にある。問題文中の数量関係を適切に理解してスキーマ（構造化された知識）を構成することは、児童にとって難しい課題である。関係文を理解するためには、児童は自身のもつ算数のスキーマと、問題文が求める数量関係の知識を統合しなければならない。児童に問題文を記憶させて再現させる課題を与えると、数量関係を示す関係文が適切に再現できず、割当文の表現になっていることがしばしば見られる。数量の関係を把握するためのスキーマが十分に構成されていないといえる。

次に、下位過程の区分に関して、算数文章題の解決過程は、一般的には文章題を理解する過程と解く過程に区分され、前者は文章題解決における理解過程、後者は文章題解決における解決過程と呼ばれる。算数文章題の理解過程とは、出題された文章題の一文ずつの意味内容を理解することであり、かつ文間の関係を理解することを意味している。他方、算数文章題の解決過程とは、理解した内容を反映した式を構成して演算することである。

通常、理解過程と解決過程に二分される問題解決の下位過程の区分も、数学者のポリアによる区分を筆頭に、さらに多くの下位過程に区分される。筆者らは、各過程で児童が利用する知

識のタイプの違いによって、理解過程と解決過程をさらにそれぞれ2つの下位過程に区分した。すなわち、理解過程は、一文ずつの意味内容を理解するための言語知識や文理解のための意味的な知識を使う変換過程と、理解した意味内容をスキーマを働かせてまとめあげる統合過程の2つの下位過程である。また、解決過程は、理解した内容を反映した式を構成するために、どのように立式するかの方略に関する知識を使用するプラン化過程と、立式を演算するために四則計算の手続き的知識を適用する実行過程の2つの下位過程である。知識は、通常、宣言的知識と手続き的知識に二分される。上記の変換、統合、プラン化の各下位過程において使用する知識は、児童が算数問題の解決時に使用する宣言的知識を細分化したものである。

上記のいくつかの知識に加えて、算数文章題を解決するときには、どのような解き方をすればよいかを吟味したり、解決結果を振り返って、得られた結果が適切であるかを判断したりするためのメタ認知的な知識も必要である。おそらく、メタ認知的知識は各下位過程のそれぞれで利用される知識の活性化に連動し、すべての下位過程において必要とされると考えられる。

では、児童が算数問題を解くとき、問題が解けないのはどうしてであろうか。要素間の数量関係や数値の関係を示した関係文の理解が問題解決の難しさを示したように、通常は問題理解の下位過程における知識の利用に問題があるようだ。すなわち、1つは文章題の意味を理解するための言語知識が適切に使えないために解決が困難であると考えられる。また、算数・数学における数理解のための知識、つまり論理数学的な知識が不十分であることに起因するとも考えられる。部分-全体といった関係概念の知識が理解できていないことなどはこの典型例である。小学校ではさまざまな数の概念にかかる知識を学習する。それらの知識が児童の論理数学的な知識を構成することになる。筆者らの研究では、後者の論理数学的な知識の活性化が不十分であること、すなわち児童が文章内容を理解して構成した知識表現を児童のもつ論理数学的

な知識に統合する過程に、問題解決の失敗を求める結果を見出している。上述した割合の文章題でいえば、たとえば、割合、比べる（比べられる）量、あるいはもとにする量、といった割合の基本概念が、ここで述べる論理数学的な知識の理解といえるであろう。

メタ認知方略を利用した算数問題解決

児童の算数問題解決過程を理解したとき、教育心理学では、算数問題を適切に解決できる児童を育むための方策を実証的に探究することが求められる。筆者らの研究プロジェクトは、メタ認知方略を利用することで、児童の算数文章題解決に関する支援の方策を開発してきた。

メタ認知方略とは、メタ認知に基づく学習活動であり、認知方略を基礎とする学習活動に対比して用いられる概念である。認知方略を基礎とする学習活動とは、たとえばリハーサルや体制化の記銘方略、あるいは問題解決のためのアルゴリズム方略など、記憶や問題解決に直接結びつく活動である。それらは、学習時の課題を効果的かつ適切に処理するために呼び出される方法に言及するものである。これに対して、メタ認知方略とはメタ認知に基づく学習活動であり、学習を支援するために動員されるメタ認知の特定の活動といえる。たとえば、「計画すること」、「モニターすること」、「選択すること」、「要約すること」、「評価すること」など、メタ認知を活かしたさまざまな活動を指摘できる。また、「こちらの解き方のほうがよい」といった、問題解決に対する内省的なモニタリングやコントロールの活動もメタ認知方略である。

小学生の算数文章題解決を育むために、メタ認知方略を組み込んだ教授介入プログラムを開発した研究の多くは、主に児童のメタ認知能力の改善をターゲットにしており、算数問題解決の成績を改善の測度として利用している。つまり、それらは、児童のメタ認知の改善を目的とし、メタ認知方略を適切に訓練するための算数・数学の教授介入プログラムを構成して実行することで、結果的に学習効果をあげた研究といえる。

筆者らは、算数問題解決の下位過程の分析結

果に基づき、児童の知識統合の活性化、すなわち当該の算数文章題の内容を理解して構成した知識と既存の算数・数学のスキーマとの統合を促進するメタ認知方略を組み込んだ教授介入を目指した。児童が算数問題の解決過程において、メタ認知方略を利用することで問題解決のための知識統合をはかり、適切に問題解決できるようになることである。それゆえ、メタ認知方略としては、これから解こうとする問題の解決予測や解決結果の評価ではなく、学習内容の要約、質問、明瞭化、あるいは説明といった、問題解決中の活動に直接結びつくメタ認知方略を必要とする。筆者らは、問題解決中に利用するさまざまなメタ認知方略から、児童が解決過程を自分自身に説明する自己説明を用いた。

自己説明とは、理解するには不完全な内容からなるテキストを与えられたとき、学習者がどのようにしてテキストの不完全な内容を理解するのかを明確にするために導入された積極的な学習活動であり、チーほか (Chi et al., 1989) によって導入されたテキスト理解を深める概念として知られている。テキストを自分の言葉で説明して理解するためには、テキストの内容をモニターすることによって、テキストの不十分さについての理解を明確にし、またテキストの理解水準を自己評価し、理解や解決に導くためのプランを構成しなければならない。

一般的には、自己説明は高校生以上を対象に、文章理解や問題解決の課題において利用されている。自己説明を問題解決課題に適用するとき、自己説明とは問題内容を自分自身に説明することといえる。すなわち、自己説明とは、一般に問題解決事態において提示された問題内容を理解するために、学習者自身が自分に分かるように問題内容を説明する積極的な学習活動である。

筆者らは、メタ認知方略としての自己説明を小学生の算数問題解決に適用した。たとえば、小学6年生に割合の問題

を自己説明させて解かせた研究 (Tajika et al., 2007) では、本テストの割合文章題を解くのに先立ち、本テストと異なる他の割合文章題2問 (易問題と難問題) を例題として用意し、例題の解決過程を6つ (易問題) ないしは8つ (難問題) の解決ステップに区切った内容 (文ないし文章、式、あるいは線分図) を自己説明の課題として自己説明群に与え、1つひとつの解決ステップに記述された内容が理解できるかどうか、理解できる場合にはその説明を、理解できない場合にはどこが理解できないのかの説明を、それぞれ記述させた (paper and pencil課題; 図1)。自己説明課題を小学生に導入するためには、例題の解決ステップを細分化し、自己説明の可能な構成にする必要がある。自己説明群に加え、例題の構成や学習方法の違いによる統制群を設定した。各群の例題の学習後、割合文章題の本テストを実施し、その1ヵ月のちに割合文章題とは異なる転移テストを実施した。実験

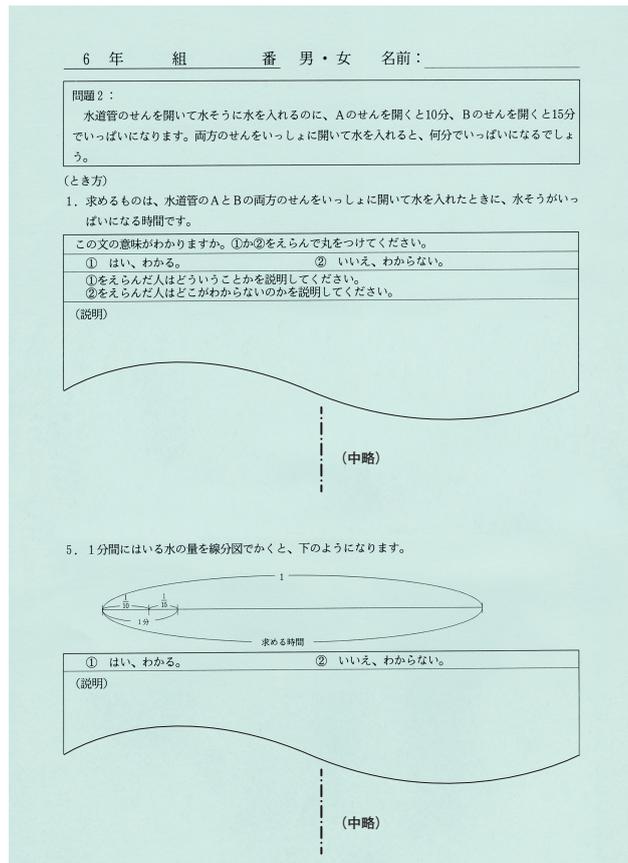


図1 実験で使用した例題 (難問題) の解決ステップの一場面

の結果、自己説明群の児童は、両テストにおいて統制群に比べて有意に優れた成績を示した。また、自己説明群の児童を、生成した自己説明の質と量によって2群に割り振り、2種類のテストの成績を比較した。その結果、適切な推論を利用して自己説明した割合の多い児童はそうでない児童よりも、両テストとも良い成績であった。一方で、後者の児童の両テストの成績は、統制群の児童の成績の平均値と類似していた。

また、5年生の2学期から6年生の2学期まで1年間実施された縦断的研究 (Tajika et al., 2012) では、コンピュータによって提示された例題 (computer-based self-explanation 課題; 図2) を自己説明させた。自己説明群は、各学期、週1回のコンピュータ利用による3回の自己説明課題の訓練を行った。訓練後に本テストを実施した。転移テストは6年生の2学期のみ行った。統制群は通常の授業のみで、自己説明群と同じテストを実施した。その結果、paper and pencil 課題の結果と同様に、算数問題解決における自己説明群の成績優位をみた。

メタ認知方略として自己説明を取り上げた理由は、自己説明を知識統合の道具と考えたことによる。知識の統合とは、児童のもっている算数・数学のスキーマに、学習内容で表現される概念を取り込み、新しい知識を構成することを意味する。2つの知識を統合するためには、単純な言語音の発声ではなく、メタ認知を伴う言語活動によって、「どこがわかり」「どこがわからないのか」を明確に意識化することが必要である。自己説明はそのための道具として位置づけられる。

上記の2つの研究結果を、メタ分析でしばしば利用されるコーエンの d に基づいて、自己説明の効果量 (ES) を算出した。その結果、paper and pencil 課題のESは1を超え、computer-based self-explanation 課題は.6前後であった。どちらもそれなりの効果が認められたといってよい。ただ、後者のコンピュータ利用のほうは、自己説明が選択課題ゆえに、paper and pencil 課題に比べて効果量は少ないといえる。

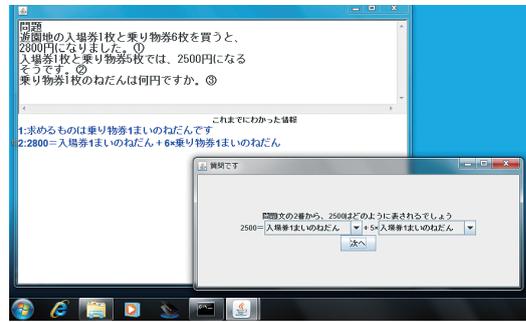


図2 コンピュータ利用による例題解決過程の一画面

なお、知識統合の道具としての自己説明は、算数文章題解決の研究だけでなく、数概念の理解、四則計算、あるいは整数の概念理解の研究など、算数問題解決の促進を支援するメタ認知方略として、さまざまに利用されている。

学際的なコラボレーション

小学校で算数問題解決の研究を実施するとき、研究発表のための研究を除き、長期の視点が必要となる。つまり、児童の算数問題解決を育てるための長期の取り組みの視点である。そのためには、児童や教師にとってそれぞれ意味のある成果を生み出す研究を視野にいれ、小学校の組織を巻き込むことである。また、現職の教師をはじめ、心理学以外の他分野の研究者を含めた算数問題解決のプロジェクトを構成することである。心理学だけの発想で小学校において研究を実施しても、実りある成果は期待できない。

文 献

- Chi, M.T.H., Bassok, M., Lewis, M.W., Reimann, P. & Glaser, R. (1989) Self-explanations: How students study and use examples in learning to solve problems. *Cognitive Science*, 13, 145-182.
- Tajika, H., Nakatsu, N., Neumann, E., Nozaki, H., Kato, H., Fujitani, T. & Hotta, C. (2012) Mathematical word problem solving in children engaged in computer-based metacognitive support: A longitudinal study. *Educational Technology Research*, 35, 11-19.
- Tajika, H., Nakatsu, N., Nozaki, H., Neumann, E. & Maruno, S. (2007) Effects of self-explanation as a metacognitive strategy for solving mathematical word problems. *Japanese Psychological Research*, 49, 222-233.